

УДК 519.6; 517.958:5

## ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ СИНТЕЗА НАНООПТИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

А. А. Гончарский<sup>1</sup>, С. Р. Дурлевич<sup>1</sup>

Рассмотрены обратные задачи синтеза нанооптических элементов для формирования динамических изображений, которые изменяют свое положение при наклонах плоского оптического элемента. Обратная задача расчета микрорельефа нанооптических элементов решается в рамках скалярной волновой модели Френеля. Для формирования микрорельефа используется электронно-лучевая технология. Нанооптические элементы с кинематическими эффектами движения используются для защиты документов и банкнот от подделок.

**Ключевые слова:** нанооптические элементы, плоская компьютерная оптика, электронно-лучевая литография, обратные задачи, компьютерно-синтезированные голограммы, защита от подделок.

В настоящее время нанооптические элементы широко используются для фокусировки и формирования диаграммы направленности лазерного излучения как в инфракрасном, так и в оптическом диапазонах. Прорывные результаты получены в области защитных оптических технологий. Нанооптические элементы надежно защищают от подделок паспорта, банкноты, пластиковые карты и др. [1]. Технологию изготовления защитных нанооптических элементов можно разделить на синтез оригинала нанооптического элемента и его массовое тиражирование [2]. Изготовление оригиналов защитных нанооптических элементов базируется на технологии, применяемой в микроэлектронике. Использование электронно-лучевых литографов позволяет с высоким разрешением и высокой точностью сформировать микрорельеф плоского оптического элемента.

На базе нанооптических технологий можно создавать защитные признаки как для визуального, так и для приборного контроля, не имеющие аналогов и надежно защищенные от подделок. Один из таких признаков предлагается в настоящей статье. Изображение, формируемое нанооптическим элементом, сдвигается определенным образом при наклонах плоского оптического элемента. Будем называть такие изображения динамическими.

Аналогичный эффект можно создать с помощью так называемой технологии “motion” [3], широко используемой в настоящее время для защиты банкнот. По своей сути, в этой технологии защитный оптический элемент состоит из массива микролинз диаметром около 20–30 микрон, под которым находится массив микроизображений. Микролинзы являются короткофокусными и имеют толщину порядка 5–10 микрон, так что толщина “сэндвича” из микролинз и микроизображений составляет порядка 20–30 микрон. Такая толщина оптического элемента создает проблемы в технологии инсталляции защитных оптических элементов в бумагу.

В отличие от технологии “motion” нанооптические элементы, предложенные в настоящей статье, формируют изображение с кинематическими эффектами движения, но имеют толщину намного меньшую, поскольку глубина микрорельефа, формирующего изображение, составляет всего 0.15 микрон. Кинематический эффект движения легко контролируется визуально.

Предложенные нанооптические элементы являются плоскими оптическими элементами, работающими на прохождение или отражение. Изображение формируется за счет дифракции света на микрорельефе,

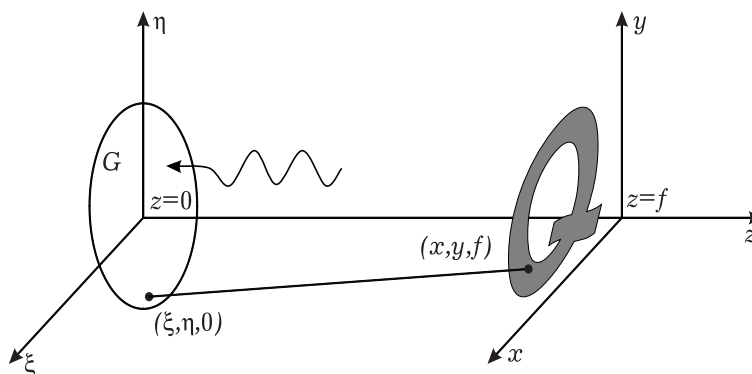


Рис. 1. Схема формирования изображения с помощью плоского фазового оптического элемента

<sup>1</sup> Научно-исследовательский вычислительный центр, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Ленинские горы, д. 1, стр. 4, 119991, Москва; А. А. Гончарский, науч. сотр., e-mail: gonchar@srcc.msu.ru; С. Р. Дурлевич, вед. программист, e-mail: sdurlevich@yandex.ru

глубина которого составляет десятые доли микрона. На рис. 1 представлена схема формирования изображения с помощью плоского фазового оптического элемента.

Плоская электромагнитная волна с волновым числом  $k$  падает на плоский фазовый оптический элемент, расположенный в плоскости  $z = 0$ . Микрорельеф нанооптического элемента, расположенного в области  $G$ , формирует в плоскости  $z = f$  заданное изображение.

Идея создания плоских оптических элементов впервые была высказана Френелем еще в XIX веке [4]. Хорошо известны зонные пластинки Френеля как плоские оптические элементы, фокусирующие в точку. Возможности современной нанооптики намного шире. Плоская оптика позволяет сформировать в фокальной плоскости любое 2D-изображение [5]. Более того, как показано в настоящей работе, можно решить задачу синтеза 2D-изображений, которые обладают определенными динамическими характеристиками. Например, формируемое изображение сдвигается в фокальной плоскости при наклоне плоскости оптического элемента.

Рассмотрим классическую задачу формирования изображения с помощью плоского фазового оптического элемента. Хорошо известно [5], что волновые поля  $u(x, y, f)$  в плоскости  $z = f$  и  $u(\xi, \eta, 0 + 0)$  в плоскости  $z = 0$  связаны соотношением

$$u(x, y, f) = \frac{k \exp\{ikf\}}{2\pi if} \iint_G u(\xi, \eta, 0 + 0) \exp\left\{ik \frac{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}{2f}\right\} d\xi d\eta. \quad (1)$$

В рамках простейшей модели можно описать действие плоского фазового оптического элемента как трансформацию волнового фронта в плоскости  $z = 0$ :  $u(\xi, \eta, 0 + 0) = u(\xi, \eta, 0 - 0) \exp\{ik\varphi(\xi, \eta)\}$ . Здесь  $\varphi(\xi, \eta)$  — фазовая функция оптического элемента в точке  $(\xi, \eta)$  [5].

Перепишем уравнение (1) в виде

$$u(x, y, f) = \frac{k \exp\{ikf\}}{2\pi if} \iint_G u(\xi, \eta, 0 - 0) \exp\left\{ik \frac{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}{2f}\right\} \exp\{ik\varphi(\xi, \eta)\} d\xi d\eta, \quad (2)$$

где  $u(\xi, \eta, 0 - 0)$  — заданная функция.

Обратную задачу синтеза плоских оптических элементов можно сформулировать следующим образом:

$$A\varphi(\xi, \eta) = F(x, y). \quad (3)$$

Здесь  $F(x, y)$  — заданная функция, а

$$A\varphi(\xi, \eta) = \left| \gamma \iint_G u(\xi, \eta, 0 - 0) \exp\left\{ik \frac{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}{2f}\right\} \exp\{ik\varphi(\xi, \eta)\} d\xi d\eta \right|.$$

Обратная задача заключается в построении приближения для фазовой функции  $\varphi(\xi, \eta)$  из уравнения (3) при заданной функции  $F(x, y)$ . Задачу поиска приближенного решения задачи (3) можно свести к минимизации функционала  $\|A\varphi - F\|^2$  по  $\varphi$ . Существуют различные методы приближенного решения этой задачи, которая, как известно, принадлежит классу некорректно поставленных задач [6, 7]. Теория решения некорректно поставленных задач была разработана в конце предыдущего столетия [7–13] и, безусловно, относится к одной из наиболее красивых математических проблем, решенных в предыдущем столетии. Регуляризирующие алгоритмы как методы решения некорректно поставленных задач позволяют строить гладкие приближения решений уравнений типа (3) [7, 10, 14].

Однако в случае задач плоской оптики оказывается, что с таким же успехом можно использовать и алгоритмы, не обладающие свойствами устойчивости. В этом случае технология формирования микрорельефа должна воспроизводить рассчитанный микрорельеф с очень высокой точностью.

Один из традиционных итерационных алгоритмов решения задачи (3) был предложен Лиземом [15]. Этот очень простой в реализации итерационный алгоритм позволяет по достаточно простой схеме вычислять последовательность  $\varphi_n(\xi, \eta)$ , которая минимизирует функционал  $\|A\varphi - F\|^2$ . В качестве начального приближения в итерационном алгоритме Лизема выбирается произвольная функция, например  $\varphi_0(\xi, \eta) = \text{const}$ . На основе формулы (2) для заданного приближения  $\varphi(\xi, \eta) = \varphi_0(\xi, \eta)$  вычисляется скалярное волновое поле  $u(x, y, f)$ . Функция  $u(x, y, f)$  является комплексной. В итерационном алгоритме используется только фаза  $\bar{\varphi}_0(x, y)$  комплексной функции  $u(x, y, f)$ . Этой фазовой функции искусственным образом приписывается амплитуда, равная  $F(x, y)$ . Формируется комплексная функция

$F(x, y) \exp\{i\varphi_0(x, y)\} = u_1(x, y, f)$ . Для  $u(x, y, f) = u_1(x, y, f)$  решается уравнение (2) относительно фазовой функции  $\varphi(\xi, \eta)$ . Найденное решение принимается за приближение  $\varphi_1(\xi, \eta)$  и т.д.

Алгоритм Лизема обладает свойством релаксационности, т.е.  $\|A\varphi_{n+1} - F\| \leq \|A\varphi_n - F\|$ . Это свойство является, безусловно, положительной характеристикой алгоритма, хотя и вовсе не доказывает сходимости последовательности  $\varphi_n$  и устойчивости предложенного алгоритма в рамках классической теории некорректно поставленных задач [13]. Тем не менее, эти алгоритмы широко используются во всем мире. Полученное приближение  $\varphi_n(\xi, \eta)$  на определенной итерации дает возможность сформировать искомое изображение с хорошей точностью, если точность изготовления микрорельефа достаточно высока.

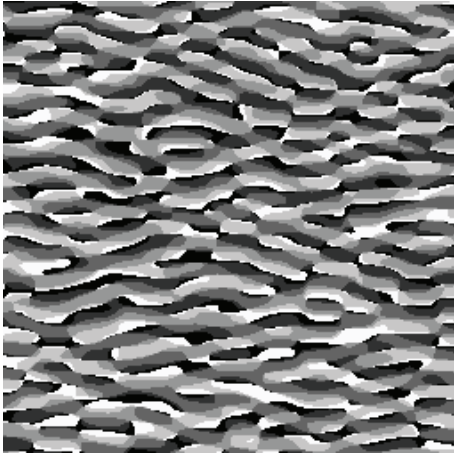


Рис. 2. Фрагмент микрорельефа nanoоптического элемента

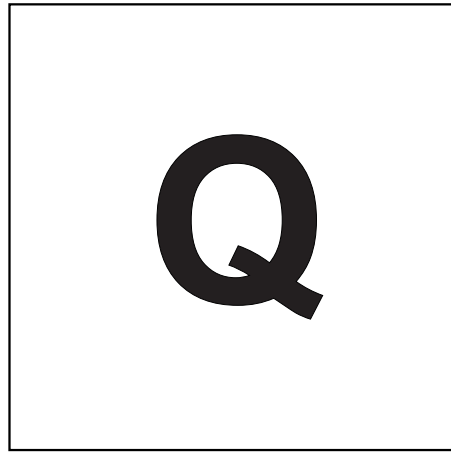


Рис. 3. Изображение, формируемое nanoоптическим элементом

На рис. 2 приведен фрагмент микрорельефа фазовой функции, который формирует в плоскости  $z = f$  изображение, представленное на рис. 3. Глубина микрорельефа оптического элемента на рис. 2 пропорциональна потемнению в каждой точке рисунка.

На рис. 4 приведен фрагмент реального микрорельефа, представленного на рис. 2, который был отсканирован с помощью атомного силового микроскопа. Глубина микрорельефа составляет порядка 150 нанометров. Такой микрорельеф трудно заподозрить в гладкости. Тем не менее, как показано в работе [16], если точность воспроизведения микрорельефа не хуже 20 нанометров, то nanoоптический элемент формирует в плоскости  $z = f$  двумерное изображение хорошего качества.

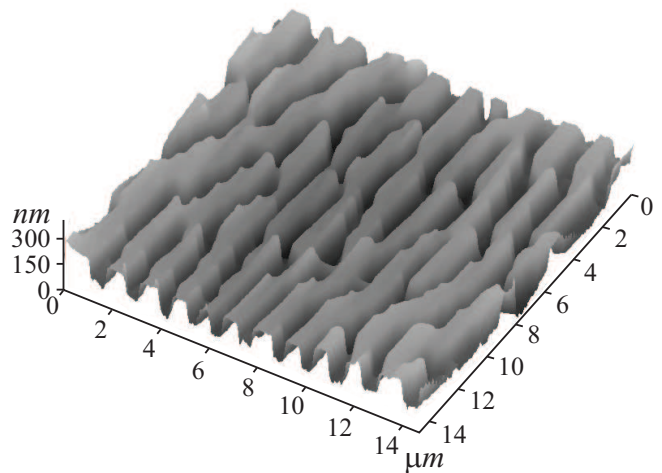


Рис. 4. Микрорельеф фрагмента оптического элемента, отсканированный атомным силовым микроскопом

Плоский фазовый оптический элемент, микрорельеф которого описывается фазовой функцией  $\varphi(\xi, \eta)$ , формирует изображение, не обладающее динамическими свойствами и не меняющееся при наклонах оптического элемента. Для того чтобы nanoоптический элемент создавал изображение с динамическими свойствами, достаточно изменить фазовую функцию nanoоптического элемента следующим образом.

Рассмотрим nanoоптический элемент, фазовая функция которого  $\psi(\xi, \eta)$  вычисляется следующим образом:

$$\psi(\xi, \eta) = \varphi(\xi, \eta) + A\xi^2 + 2B\xi\eta + C\eta^2 + D\xi + F\eta. \tag{4}$$

Здесь  $A, B, C, D, F$  — некоторые заданные константы. Наличие сдвигов изображения при наклонах плоскости оптического элемента определяется вторым слагаемым в формуле (4). Различают два типа динамических эффектов сдвига изображений: параллактический и ортопараллактический. Тип динамического эффекта определяется знаком величины  $\Delta = AC - B^2$ .

Для простоты иллюстрации будем полагать, что плоскость оптического элемента проходит через плоскость  $O\xi$ . При наклоне плоскости оптического элемента на угол  $\alpha$  нормаль к его плоскости определяется формулой  $n = (0, \sin \alpha, \cos \alpha)$ .

При  $\Delta > 0$  нанооптический элемент формирует изображение с параллактическим динамическим эффектом. На рис. 5 показано, как сдвигаются изображения при небольших наклонах плоскости оптического элемента при  $A = 1, C = 1$  и  $B = 0$ . Изображение на рис. 5а соответствует углу наклона плоскости оптического элемента  $\alpha = 5^\circ$ . Изображение на рис. 5в соответствует углу наклона плоскости оптического элемента  $\alpha = -5^\circ$ .

Изображение при наклонах плоскости оптического элемента параллактического типа в разных плоскостях смещается так, что наблюдателю кажется, будто изображение находится под или над плоскостью оптического элемента.

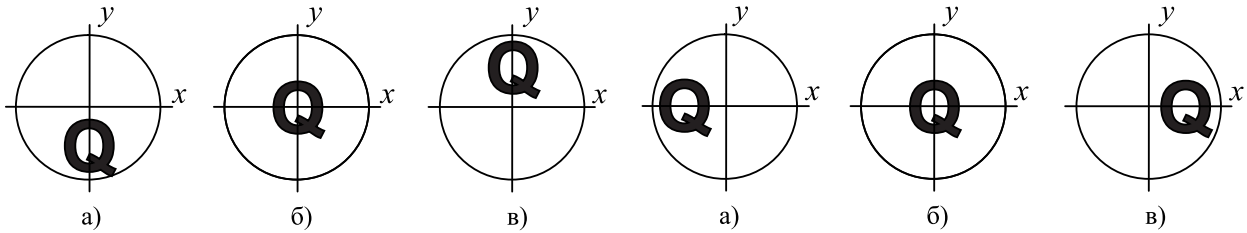


Рис. 5. Параллактический динамический эффект: а)  $\alpha = 5^\circ$ , б)  $\alpha = 0^\circ$ , в)  $\alpha = -5^\circ$

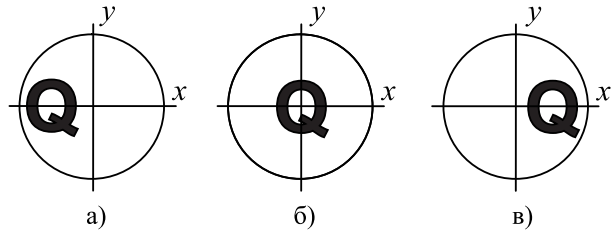


Рис. 6. Ортопараллактический динамический эффект: а)  $\alpha = 5^\circ$ , б)  $\alpha = 0^\circ$ , в)  $\alpha = -5^\circ$

При  $\Delta < 0$  нанооптический элемент формирует изображение с ортопараллактическим динамическим эффектом. На рис. 6 показано, как сдвигаются изображения при небольших наклонах плоскости оптического элемента при  $A = 0, C = 0$  и  $B = 1$ . Изображение на рис. 6а соответствует углу наклона плоскости оптического элемента  $\alpha = 5^\circ$ . Изображение на рис. 6в соответствует углу наклона плоскости оптического элемента  $\alpha = -5^\circ$ . Изображение на рис. 5б и 6б соответствует углу наклона плоскости оптического элемента  $\alpha = 0^\circ$ .

Ортопараллактический динамический эффект смещает изображение в направлении, ортогональном параллактическому. Такой тип движения не является обычным для восприятия наших глаз и поэтому сразу обращает на себя внимание. Сымитировать такой эффект средствами классической голографии с использованием стандартной оптики невозможно.

Как видно из рис. 5 и 6, изображение, формируемое нанооптическим элементом, фазовая функция которого описывается в виде  $\psi(\xi, \eta)$ , смещается при наклонах оптического элемента, при этом тип смещений зависит от знака  $\Delta$ . Рис. 5 соответствует параметрам квадратичной формы  $A = 1, B = 0$  и  $C = 1$ . Рис. 6 соответствует параметрам  $A = 0, B = 1$  и  $C = 0$ . Смещение изображения происходит соответственно вдоль осей  $Ox$  и  $Oy$ . Параметры  $D$  и  $F$  не влияют на тип динамического эффекта. При произвольных значениях  $A, B$  и  $C$  тип динамического эффекта определяется знаком дискриминанта  $\Delta$ , а смещение изображения будет происходить вдоль осей, повернутых относительно осей  $Ox$  и  $Oy$  на угол  $\beta$ , однозначно определяемый выбором параметров  $A, B$  и  $C$ .

Если плоскость оптического элемента наклонять так, что она проходит через ось  $O\eta$  с нормалью к плоскости оптического элемента  $n = (\sin \alpha, 0, \cos \alpha)$ , то смещение изображения для параллактического типа с параметрами  $A = 1, B = 0$  и  $C = 1$  будет такое же, как и на рис. 6. Смещение изображения для ортопараллактического типа с параметрами  $A = 0, B = 1$  и  $C = 0$  будет таким же, как и на рис. 5.

Таким образом, в работе предложена технология расчета и изготовления нанооптических элементов, которые формируют изображения с кинематическими эффектами движения. Нанооптические элементы имеют маленькую толщину и уже используются для защиты документов и банкнот. Эффект движения изображений легко контролируется визуально.

Предложенные нанооптические элементы могут быть изготовлены с помощью электронно-лучевой технологии. Оборудование для изготовления не является распространенным. Технология наукоемкая и хорошо защищена от подделки.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Goncharov A.A., Goncharov A.V.* E-beam technology: current state and development prospects // *Holography News*. December 2004. **18**, N 11. 6–7.
2. *van Renesse R.L.* Optical document security. Boston: Artech House, 2005.

3. *Steenblik R.A., Hurt M.J., Knotts M.E.* Micro-optics for article identification. Patent US20030179364 A1.
4. *Boutry G.A.* Augustin Fresnel: his time, life and work (1788–1827) // *Science Progress*. 1948. **36**. 587–604.
5. *Гончарский А.А., Гончарский А.В.* Компьютерная оптика. Компьютерная голография. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2004.
6. *Тихонов А.Н.* Об устойчивости обратных задач // *Докл. АН СССР*. 1943. **39**, № 5. 195–198.
7. *Тихонов А.Н.* О решении некорректно поставленных задач // *Докл. АН СССР*. 1963. **151**, № 3. 501–504.
8. *Лаврентьев М.М.* О некоторых некорректных задачах математической физики. Новосибирск: Сиб. отд. АН СССР, 1962.
9. *Иванов В.К.* О приближенном решении операторных уравнений первого рода // *Журн. вычисл. матем. и матем. физики*. 1966. **6**, №6 . 1089–1094.
10. *Bakushinsky A., Goncharsky A.* Ill-posed problems: theory and applications. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1994.
11. *Морозов В.А.* Регулярные методы решения некорректно поставленных задач. М.: Наука, 1987.
12. *Vinokurov V.A.* Regularizability of functions // *Ill-posed Problems in the Natural Sciences*. М.: Mir, 1987. 52–70.
13. *Тихонов А.Н., Гончарский А.В., Степанов В.В., Ягола А.Г.* Регуляризирующие алгоритмы и априорная информация. М.: Наука, 1983.
14. *Гончарский А.А., Туницкий Д.В.* Об обратной задаче синтеза оптических элементов для лазерного излучения // *Вычислительные методы и программирование*. 2006. **7**. 138–162.
15. *Lesem L.B., Hirsch P.M., Jordan J.A.* The kinoform: a new wave-front reconstruction device // *IBM J. Res. Dev.* 1969. **13**. 105–155.
16. *Гончарский А.А.* Об одной задаче синтеза нанооптических элементов // *Вычислительные методы и программирование*. 2008. **9**, № 2. 219–222.

Поступила в редакцию  
27.05.2013

---