

УДК 519.6

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ИНФОРМАТИКА МОДЕЛЕЙ СПЛОШНЫХ СРЕД**В. П. Ильин¹, Д. Ю. Трибис¹**

Работа посвящена вопросам разработки начертательных методов решения задач геометрического моделирования, возникающим при проектировании и программной реализации построителей многомерных моделей сплошных сред. Рассматривается структура информационного представления топологических и материальных характеристик объектов. Предлагаются алгоритмы решения задач вычислительной геометрии, принадлежности точки выпуклой области, произвольного сечения, необходимые для формирования расчетной сетки, ориентированные на широкий класс приложений и совместимые с распространенными системами автоматизации проектирования (CAD, CAE, PLM). Применяемые подходы иллюстрируются примерами практического использования в формировании геофизических моделей Земли. Приводятся краткие описания программ для конструирования двух- и трехмерных построителей моделей сплошных сред, демонстрирующие основные изложенные в работе принципы.

Ключевые слова: вычислительная геометрия, сплошные среды, геофизические модели.

1. Введение. Адекватное реальности математическое моделирование сложных многомерных задач, поддерживаемое их качественной динамической визуализацией, представляет собой проблему экстремальной вычислительной сложности и компьютерной ресурсоемкости. Основные вопросы здесь заключаются в многофакторности междисциплинарных и обратных задач математической физики, описываемых системами дифференциальных уравнений (СДУ) или эквивалентными вариационными постановками в расчетных областях с разномасштабными объектами, разветвленными конфигурациями внешних и внутренних границ, разнообразными материальными свойствами сред и соответствующими функциональными зависимостями. Численные методы решения возникающих начально-краевых задач основаны на дискретизации расчетных областей с помощью адаптивных сеток, аппроксимации исходных уравнений методами конечных объемов или конечных элементов (МКО, МКЭ), а также с помощью спектральных алгоритмов и решения возникающих систем линейных и/или нелинейных алгебраических уравнений (СЛАУ, СНАУ) очень высокого порядка — в десятки и сотни миллионов. При этом анализ и интерпретация рассчитываемых многомерных векторных полей по их определенным на нерегулярных сетках компонентам представляет собой самостоятельную трудоемкую проблему. Отметим также, что наиболее ресурсоемкие и практически важные задачи — это обратные, связанные с оптимизацией параметров модели по условию минимума целевого функционала при заданных ограничениях, требующие многократного решения последовательности прямых задач с варьированием геометрии расчетной области и перестройкой сетки.

Здесь существенную роль может сыграть эффективное использование современных графических ускорителей, которые имеют большую производительность и состоят из набора параллельно работающих устройств, производящих операции над очень быстрой графической памятью. В этом процессе используются специальные параллельные алгоритмы, благодаря чему современный компьютер способен очень быстро рисовать. С помощью рисунков можно решать самые разнообразные задачи, в том числе, как будет показано ниже, задачи, возникающие при подготовке данных, описывающих среду для трехмерного численного анализа. При этом возникают задачи геометрического моделирования, относящиеся к областям CAD и PLM систем, такие как определение геометрии объектов, составляющих расчетную область, задание физических свойств материалов, определение принадлежности точки произвольной выпуклой области и задачи построения сечения.

Существует большое количество работ [1–3] и реализованных программных систем, например [4, 5], представляющих геометрию расчетной области в форме аналитических уравнений и неравенств и выделяющих в пространстве некоторые точечные множества для применения к ним теоретико-множественных

¹ Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, просп. Лаврентьева, 6, 630090, Новосибирск; В. П. Ильин, главн. науч. сотр., e-mail: ilin@sscc.ru; Д. Ю. Трибис, ведущий программист, e-mail: dtribis@mail.ru

операций (ТМО), а также для задания характеристических функций и построения совокупности систем уравнений, ориентированных на обычные вычисления.

В отличие от них, алгоритмы, описываемые в этой работе, ориентированы на графические процессоры, что при некоторых условиях оказывается значительно быстрее классических программ, реализованных на центральном процессоре. Кроме того, они обладают рядом интересных свойств и гораздо проще в программировании.

В области САПР (систем автоматического проектирования) существует несколько видов геометрического моделирования, в том числе: каркасное, поверхностное, твердотельное и немногочисленное [12], ориентированные на решение разных задач. Подход к описанию моделей, предлагаемый в настоящей статье, значительно отличается от известного, хотя они имеют много общих черт. Наиболее близкие к описываемым твердотельные модели, к которым относят воксельные, октантные и ячеечные, похожи на описываемые ниже растровые модели. И те и другие разбивают пространство на множество непересекающихся геометрических объектов, но единственным требованием растровых моделей является сохранение принципа индексации, при этом возможно иметь фигуры, изогнутые самым причудливым образом. Возможность объединить несколько разных типов моделей в одной ближе всего к немногочисленному моделированию, хотя описываемые в данной работе методы создания таких моделей значительно отличаются от традиционно используемых, особенно в части решения задач геометрического моделирования.

Предлагаемая концепция геометрической информатики использует графические изображения для решения разнообразных задач вычислительной геометрии, возникающих при программной реализации построителей моделей двух- и трехмерных сплошных сред.

Вводится представление сплошной среды как континуального множества замкнутых областей и определяющего его топологию конкурентного правила. Каждая область имеет свой набор характеристик среды и приоритет. Точка считается принадлежащей области с большим приоритетом (конкурентная вымещающая модель среды).

Предлагается метод решения задач принадлежности, определения параметров среды в точке и в произвольном сечении, основанный на использовании геометрических построений (метод приоритетных раскрашенных проекций). Приводятся описания программ, реализующих данную концепцию. Применяемые подходы иллюстрируются примерами использования в формировании геофизических моделей Земли.

2. Постановка общей задачи. Описание математической постановки прямой задачи моделирования состоит из следующих составных частей: геометрии расчетной области, функциональных уравнений или соответствующих вариационных соотношений, начальных и граничных условий, а также задания формул или значений для коэффициентов, характеризующих материальные свойства сред в различных подобластях, которые в совокупности однозначно определяют искомое решение, являющееся в общем случае векторной функцией $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ пространственных координат \mathbf{x} и времени t . Формулировка обратной задачи дополнительно предполагает зависимость исходных данных от вектора параметров \mathbf{p} , а также определение целевого функционала $\Phi(\mathbf{u}, \mathbf{p})$, минимизируемого при заданных ограничениях в виде равенств или неравенств. В качестве содержательного функционального примера можно привести СДУ второго порядка $D \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \nabla A \nabla \mathbf{u} + B \nabla \mathbf{u} + C \mathbf{u} = \mathbf{f}$, $\mathbf{x} \in \Omega$, где \mathbf{x} — точка d -мерного пространства, $\mathbf{u} = (u_1, \dots, u_n)$ и $\mathbf{f} = (f_1, \dots, f_n)$ суть вектор-функции, ∇ — оператор градиента в декартовой или какой-либо другой системе координат, A, B, C, D — некоторые матрицы порядка n , элементами которых являются или постоянные, или функции независимых переменных, а также искомых решений.

Иллюстрацией формулировки граничных условий для искомых решений может быть первая краевая задача, когда на границе расчетной области задаются условия типа $\mathbf{u} = \mathbf{g}$, $\mathbf{x} \in \Gamma$. Рассматриваемая СДУ может представлять, например, системы уравнений Максвелла, теории упругости или газодинамики.

Реализация “больших” краевых задач математической физики включает такие технологические этапы, как дискретизация расчетной области с формированием сеточной структуры данных, аппроксимация с помощью методов конечных объемов или конечных элементов, решение получаемых систем линейных и нелинейных алгебраических уравнений, идентификация или оптимизация параметров модели в обратных постановках, характеризующихся минимизируемым целевым функционалом и задаваемыми ограничениями, принятие решений по результатам визуализации расчетных данных.

Чтобы представить многообразие рассматриваемых сеток, мы перечислим ключевые слова, характеризующие их допустимые виды: адаптивные, динамические, иерархические, вложенные, составные, согласованные, равномерные и неравномерные, треугольные и четырехугольные (в двумерном случае), прямолинейные и криволинейные.

3. Модель сплошной среды. Как известно [6], сплошная среда — механическая система, обладающая бесконечным числом внутренних степеней свободы. Ее движение в пространстве, в отличие от

дискретных систем, описывается не координатами и скоростями отдельных частиц, а скалярным полем плотности и векторным полем скоростей, представляющими собой кусочно-гладкие функции непрерывных аргументов. В зависимости от задач, к этим полям могут добавляться распределения других физических величин (плотность, температура, упругие и/или электромагнитные напряжения, поляризованность и др.).

Реальные физические объекты — газообразные, жидкие, твердые тела или многофазные среды — могут описываться математически на разных уровнях детализации, учитывающих их внутреннюю структуру и материальные свойства.

Сплошная среда — часто и успешно используемая в естественно-научных исследованиях модель систем с очень большим числом частиц. Так, теория упругости и пластичности, гидро- и аэродинамика, физика плазмы формулируются именно для сплошной среды, характеризуемой макрофизическими параметрами и функциями, подчиняющимися пространственно-временным соотношениям, задаваемым с помощью дифференциально-интегрального исчисления.

Чтобы перейти к ее информационному представлению, необходимо ввести такое определение, которое можно было бы эффективно представить в компьютерной программе, реализующей алгоритмы моделирования.

3.1. Формальное определение модели сплошной среды. Под моделируемой сплошной средой мы будем понимать часть континуального пространства $\bar{\Omega} = \Omega \cup \Gamma$, т.е. замкнутую ограниченную область Ω с границей Γ , в каждой точке которого определено множество величин $\mathbf{S} = \{S_1, S_2, \dots, S_n\}$, где $S_l \in R, l = 1, \dots, n$, однозначно характеризующих среду, включая задаваемые материальные свойства и расчетные величины. При этом предполагается, что характеристики S_l представляют собой кусочно-гладкие функции координат.

Программное представление должно позволять нам эффективно решать две следующие внутренние основные задачи:

- определение значений параметров (характеристик) среды в точке;
- получение границ изменения параметров при произвольном сечении линиями и плоскостями.

Все остальные интересные нам задачи геометрического моделирования (получение границ подобластей, сечение произвольными поверхностями, получение производных на границах, построение сеток, интегрирование по площади и объему и др.) могут быть сведены к этим двум.

Идея предлагаемого подхода заключается в представлении сплошной среды как множества замкнутых подобластей, которые в общем случае могут пересекаться. С каждой подобластью связан свой набор характеристик среды, неизменный в ее пределах.

Для однозначного определения параметров среды в точках, принадлежащих нескольким областям, вводится дополнительное “конкурентное правило”, на основе которого конкурентная вымещающая модель среды (КВМС) определяется следующим образом:

а) модель состоит из множества замкнутых, в общем случае пересекающихся подобластей, для каждой из которых задано правило определения вектора параметров среды \mathbf{S} , неизменное в ее пределах: $\bar{\Omega}_k = \Omega \cup \Gamma_k$;

б) для каждой модели определяется область отображения как “базовая фигура” Ω_B , содержащая все остальные подобласти и задающая начальные параметры среды, такая, что $\Omega_k \subset \Omega_B \forall k \in N$, где N — множество натуральных чисел. В декартовой системе координат такой фигурой удобнее всего сделать куб, в сферической — сферу, в цилиндрической — цилиндр и т.д.;

в) каждой подобласти сопоставлен уникальный номер, соответствующий ее приоритету;

г) конкурентное правило: при пересечении в пространстве нескольких подобластей точка считается принадлежащей подобласти с большим приоритетом.

С помощью этих правил мы достигаем соблюдения требования существования и единственности значения параметров среды в каждой точке пространства. Во всем множестве подобластей будет существовать по крайней мере одна, содержащая искомую точку, и только одна, удовлетворяющая одновременно требованию принадлежности и конкурентному правилу.

По аналогии с графическими изображениями мы можем ввести векторное и растровое представления для моделей сплошных сред.

Векторные модели состоят из множества разных, возможно пересекающихся, геометрических объектов, покрывающих всю модельную (расчетную) область.

Растровые модели состоят из непересекающихся геометрических объектов, каждому из которых можно поставить в соответствие уникальный N -арный мультииндекс, где N — размерность пространства.

В обоих случаях с каждым объектом связаны определенные параметры среды. Самый известный пример растровой модели — разбиение пространства на квадраты в двухмерном случае и кубы в трехмерном. При таком представлении обычная графическая картинка будет являться растровой моделью, если в каждой точке сопоставить цвет определенному вектору значений параметров среды. Для растровых моделей позволительно иметь не только квадратные разбиения, например в цилиндрической системе это могут быть сегменты цилиндра, в сферической части — сферы, а в произвольной криволинейной системе — некие произвольные нумерованные разбиения пространства непересекающимися объектами. Главные требования состоят в том, что объекты не могут пересекаться и должны быть индексированы так же, как в случае с квадратным разбиением.

Векторные и растровые модели, как и обычные изображения, обладают рядом характерных свойств. Векторные модели отлично масштабируются, гарантируют практически неограниченную точность, дают возможность работать с аналитически заданными объектами, упрощают процесс редактирования. В то же время они сложнее в программировании и очень “не любят” большое количество мелких деталей. Векторные модели неудобны для сред, параметры которых меняются плавно или имеется “мелкая” анизотропная структура.

Растровые модели в процессе редактирования ничем не отличаются от обычных картинок, кроме того, что каждый цвет на изображении имеет смысл вектора параметров среды. Это дает им свои преимущества. Во-первых, такие модели можно строить, используя всю гамму программных средств для работы с обычной графикой. С их помощью, правда, при некотором неудобстве редактирования, можно строить практически любые модели. В то же время они довольно громоздки, занимают много места при хранении, особенно если требуется высокая точность; они плохо масштабируются и модифицируются. Например, если вы построили линию в такой модели, редактор не позволит ее сдвинуть, можно только стереть и нарисовать заново.

Данное выше определение КВМС позволяет в рамках одной модели иметь векторное и растровое представления одновременно, строить сколь угодно сложные модели, включая их друг в друга как подобласти. Можно создавать более экзотические определения моделей в криволинейных или функционально определенных пространствах, подбирая наилучший способ представления для конкретной задачи.

4. Алгоритмы решения “основных задач”. Следует сказать, что существуют известные алгоритмы решения задачи принадлежности точки замкнутой фигуре [7, 11]. Они, однако, довольно сложны в реализации, требуют решения огромного количества неравенств и точного знания всех узлов и связей, формирующих оболочку, ограничивающую область. Последнее бывает проблематичным. Далеко не всегда можно получить точные координаты фигур, формирующих конечное изображение. Это особенно актуально, если вы вынуждены использовать внешние САД приложения. Единственное, что мы можем сделать всегда — это просто нарисовать сцену. Далее мы построим алгоритм решения основных задач, имея только результирующие изображения модели и основные графические операции.

4.1. Метод раскрашенных приоритетных проекций. Исследуем вопрос о принадлежности точки фигуре в терминах вымещающей модели среды.

4.1.1. Двухмерный случай. Немного усложним задачу. Допустим, мы имеем два произвольных замкнутых многоугольника и точку (рис. 1, точка обозначена крестиком). Потребуем, чтобы эти фигуры рисовались в порядке их приоритета разным цветом.

Очевидно, что последняя нарисованная фигура будет видна полностью, а остальные могут быть частично или полностью скрыты. Очевидно также, что если на результирующем изображении не будет

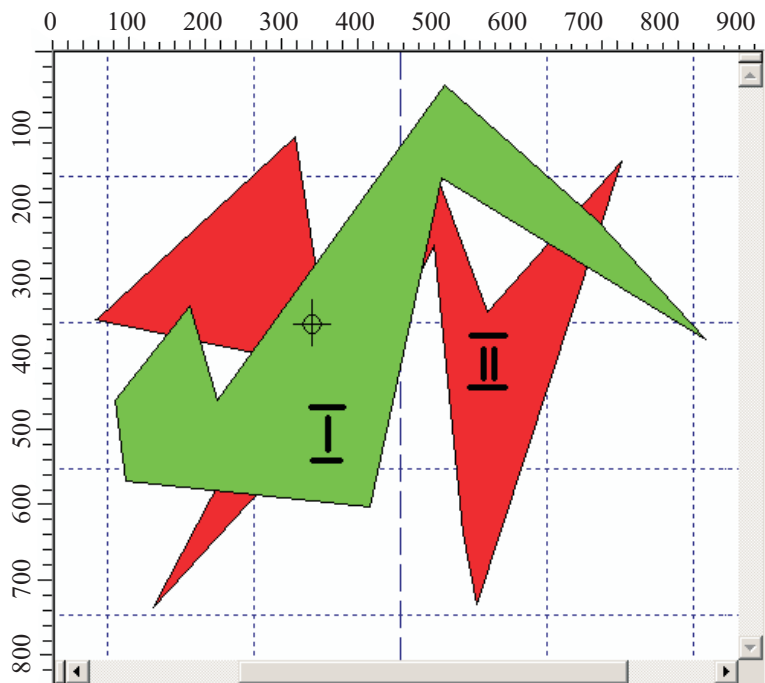


Рис. 1. Раскрашенные приоритетные проекции

присутствовать цвет, соответствующий точке, то она скрыта из-за наложения одной из фигур. Для того чтобы выяснить, какой именно, нужно рисовать фигуры в порядке их приоритета, до исчезновения точки, что будет однозначно говорить о ее принадлежности фигуре. Данный метод будет работать для любой произвольной замкнутой фигуры. Таким же образом можно решать задачу о взаимных пересечениях произвольных фигур, если использовать растровые операции, комбинирующие цвета, например побитовую XOR операцию [8]. Такой способ решения задач, при котором фигуры рисуются последовательно в зависимости от их приоритета, уникальным цветом, а для решения используются цвета, получаемые на изображении, мы будем называть методом раскрашенных приоритетных проекций (далее РПП). Основное время при решении задачи о принадлежности занимает изображение “сцены”, т.е. совокупности объектов, составляющих модель. Поэтому разумно решать задачу не для каждой отдельной точки, а использовать один рисунок для максимального их числа.

Заметим, что при построении расчетных сеток и экспорте данных в двухмерном случае на одном изображении параллельно можно решать задачи для всех искомым точек (см. подробнее в разделе “Оценка вычислительной эффективности”).

4.1.2. Трехмерный случай. Как было показано выше, основным критерием принадлежности точки при использовании РПП метода может быть ее видимость.

Особенность трехмерного случая состоит в том, что для того, чтобы определить, видна ли точка, необходимо посмотреть на фигуру с нескольких сторон. Если ограничиться только выпуклыми замкнутыми областями, то необходимое количество сторон и соответственно изображений, которые нужно проверить, будет равно шести. Говоря проще, нужно посмотреть, не спряталась ли точка спереди, сзади, слева, справа, сверху и снизу. Это соответствует построению изображений с точек пересечения каждой из сторон базовой фигуры с осями координат. Такую процедуру, как и в двухмерном случае, нужно проводить последовательно для каждой области, составляющей модель.

Серьезным недостатком этого метода является невозможность параллельного решения задач для всех точек трехмерной сетки одновременно. Это происходит из-за их наложения при проецировании на двухмерную плоскость. Поэтому для каждого слоя сетки в трехмерном пространстве нужно решать отдельную задачу, которая фактически эквивалентна рассмотренной в двухмерном случае.

Другой способ требует наличия в распоряжении программиста инструментов сечения трехмерной сцены, состоящей из геометрических объектов, формирующих модель. Такие средства есть практически во всех библиотеках, включая OpenGL. Тогда проблема наложений решается использованием двух плоскостей отсечения, в результате остается лишь достаточно тонкий для получения требуемой точности слой модели.

Этот метод быстрее предыдущего, так как не требует шести пространственных поворотов сцены, сокращает время рисования из-за отсечения, кроме того, анализируется одно изображение вместо шести. Однако он требует заполнения всех областей так, чтобы их сечения рисовались уникальным цветом.

4.2. Вычисление границ подобластей. Имея решение задачи определения параметров в произвольной точке, легко придумать алгоритмы решения для всех остальных задач. Для примера мы приведем алгоритм определения границ подобластей.

Для получения границы изменения параметра среды должна быть определена булевская функция $f(\mathbf{r}, \Delta\mathbf{r}, n) \rightarrow B$, где \mathbf{r} — произвольный радиус-вектор, $\Delta\mathbf{r}$ — окрестность вокруг точки и n — номер параметра среды, по которому мы хотим определить границу. Данная функция определяет, есть ли изменение параметра среды в окрестности $\Delta\mathbf{r}$ точки \mathbf{r} .

Далее используем следующий алгоритм:

— получаем решение задачи принадлежности РПП методом на произвольной, удовлетворяющей нас по точности, сетке;

— для каждой точки в полученном решении применим функцию $f(\mathbf{r}, \Delta\mathbf{r}, n) \rightarrow B$. В результате получим матрицу, содержащую булевские значения для каждой точки.

Эта матрица и является решением задачи. В зависимости от определения функции мы получим более или менее тонкие “линии” границ изменения параметров, соответствующие значению “истина” в матрице.

В том случае, если мы хотим иметь приближенное аналитическое представление границ, следует построить аппроксимацию по полученным точкам, например кубическими сплайнами или кривыми Безье. Для использования криволинейных поверхностей более сложной формы можно, например, привлечь метод интерполяции поверхностей с помощью обобщенных полюсов [9] либо более оптимальные методы [10], которые сочетают интерполяцию предварительно определенной зависимости на редко расположенных точках со сплайн-аппроксимацией по характеристической сетке, задающей грубую форму поверхности, с последующим уточнением результатов.

5. Примеры практического применения. В данном разделе мы рассмотрим практическое применение описанной методики на примере геофизических моделей Земли. В геофизике существуют традиционные методы представления геологических структур, основной из которых — слоистая модель [5]. Для нее характерно представление среды в виде множества непересекающихся слоев с однородными или единообразно изменяющимися характеристиками внутри них. Такое представление во многом соответствует реальности, однако с использованием КВМС-представления и метода РПП для решения геометрических задач мы можем расширить это представление и сделать его более точным.

5.1. Слоистая геофизическая модель Земли. Слоистая модель — широко и успешно применяемый на практике способ описания свойств земной коры. В одномерном случае она эквивалентна аппроксимации непрерывной функции набором квадратов. Точность такого представления невысока.

Из практики известно, что в большинстве случаев слоистая модель хорошо описывает реальную среду. В случаях с анизотропией, например при наличии мелких трещин или регулярных вкраплений, она вводится в свойства самой среды, хотя на самом деле является следствием ее геометрической структуры. При таком представлении мы вместо точной картины имеем усредненную по слою характеристику. В некоторой степени такое упрощение является следствием отсутствия специальных средств построения растровых моделей, а также более сложных расчетов при моделировании.

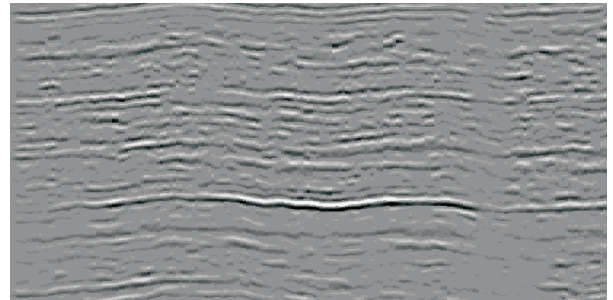


Рис 2. Часть реального пространственного сейсмического разреза в сером цвете

5.2. Сейсмический разрез как растровая модель. Наглядной моделью земной коры является сейсмический разрез, получающийся в результате записи сейсмических волн после взрыва. Если представить изменения амплитуды в виде цветовой карты (рис. 2), то мы получим растровую модель Земли.

В процессе обработки сейсмических данных необходимо много раз строить модель. Это довольно трудоемкий процесс. Использование программных реализаций растровых моделей может упростить процесс построения.

5.3. Решеточные структуры, пространственная анизотропия. Известно, что регулярные структуры значительно влияют на свойства материальных сред. На рис. 3 приведены примеры таких структур.

Они могут существенно влиять на процесс распространения волн, например, гасить волны определенной частоты или приводить к значительным разностям скоростей в зависимости от направления. Другой пример пространственной анизотропии — волноводы. Примером такой структуры может служить трубка с изменяющейся скоростью от центра к периферии. Похожие структуры обнаруживаются, например, при поиске месторождений алмазов (кимберлитовые трубки).

5.4. Трехмерный случай. Близкая по идеологии к растровой модели реализация для трехмерного случая предложена в [7]. Поэтому в данной работе мы рассмотрим только векторный вариант.

В численных экспериментах часто требуется иметь трехмерные аналитически заданные фигуры, когда вся “сцена” создается из набора объектов, таких как эллипсоиды вращения, кубы, клинья, конусы и т.д., которые имеют эквивалентное функциональное представление. Несмотря на кажущуюся простоту этой задачи, далеко не все промышленные пакеты способны дать информацию о сцене в виде множества аналитически заданных фигур. Как и в двухмерном случае, возможно объединение обоих подходов. Более подробное описание программы приводится ниже.

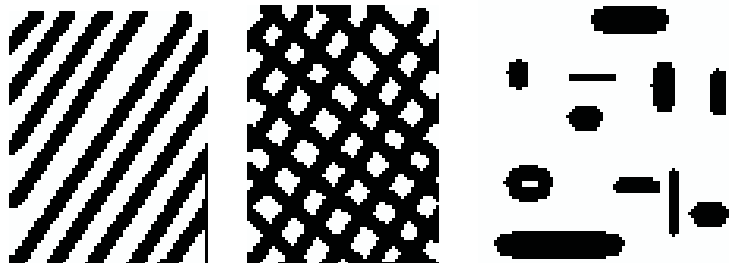


Рис 3. Примеры анизотропных сред

6. Описание программ. В данном разделе приводятся краткие описания программных реализаций для двух- и трехмерных строителей моделей сплошных сред. Основной целью их создания была практическая иллюстрация подхода, предложенного в данной статье. Несмотря на это, двухмерный строитель, с нашей точки зрения, вполне пригоден для использования всеми желающими как отдельная

программа. Трехмерный построитель на сегодняшний день ориентирован на иллюстрацию, хотя при некоторой адаптации возможно появление более совершенного варианта.

6.1. Двухмерный построитель моделей сплошных сред. Рассматривается программа, реализующая двухмерный построитель моделей сплошных сред, сочетающий в себе возможности построения векторных и растровых моделей, описанных выше.

Программа реализована в виде объектно-ориентированной библиотеки C++ классов на базе MFC (Microsoft Foundation Classes) классов с использованием MS Visual C++ и предназначена для работы под управлением операционных систем Windows NT.

Логически классы делятся на несколько частей.

1. Специализированные классы, реализующие доступ к модельной информации с помощью конкурентной вымещающей модели среды и экспорт информации с помощью метода раскрашенных приоритетных проекций.

2. Интерфейсные классы, организующие обмен информацией с пользователем, установку параметров, изменение режимов отображения и т.д.

3. Классы, реализующие оконную структуру приложения, обмен сообщениями и т.д.

Имеется возможность создания и редактирования основных геометрических примитивов, чтения, записи и печати моделей, использования внешних COM объектов, представляющих специальные виды графического представления данных, таких как сейсмические разрезы.

6.2. Трехмерный построитель сплошных сред, ориентированный на аналитически заданные фигуры. Реализованная программа иллюстрирует возможность создания трехмерного построителя моделей сплошных сред, основанного на описанной выше методологии, и может служить основой для будущих разработок. Позволяет с помощью простого языка описывать модельную сцену, строить и визуализировать произвольные сечения шестью независимыми плоскостями. Реализована поддержка зуммирования и интерактивного вращения сцены.

В качестве объектов сцены могут выступать обычные графические 3D примитивы, такие как шары, торы, кубы, цилиндры, конусы и т.д. Реализована возможность импорта внешних объектов из специального текстового формата.

Программа реализована с использованием языка OpenGL, что упрощает перенос на другие платформы.

7. Оценка вычислительной эффективности. Конечным результатом работы построителя моделей сплошных сред является расчетная сетка. Для ее построения необходимо знать значение параметров среды в огромном множестве произвольных точек.

7.1. Двухмерный случай. Рассмотрим пример двухмерной квадратной сетки. Характерным размером мы можем считать разбиение 5000×5000 , что составляет 25 000 000 точек. Если считать, что характерное количество фигур в модели 100, то, используя метод РПП, для построения такой сетки нам нужно решить 2.5 миллиарда задач на принадлежность точки произвольной фигуре. Мы можем решать задачу для всех точек сразу, на одном рисунке. Для этого нам достаточно применить описанный выше РПП алгоритм и, зная координаты каждой точки, получить цветовое решение.

В качестве “массовых операций” мы имеем только очень быстрые — рисование пикселя и получение значения цвета пикселя. Такие операции значительно быстрее реализованных обычным методом в оперативной памяти, так как в них автоматически используется вся мощь современных графических процессоров, быстрая графическая память и параллельные вычисления, используемые при графических операциях. Все это не требует специального программирования, так как уже реализовано в графических библиотеках и драйверах устройств, которыми мы пользуемся. В результате два с половиной миллиарда таких операций на современной станции проходят менее чем за секунду.

7.2. Трехмерный случай. Заметим, что приведенные выше алгоритмы решения задачи принадлежности могут отличаться по времени выполнения. Характерным размером расчетной сетки трехмерной задачи можно принять $1000 \times 1000 \times 1000$ при 50 областях в модели. Разбивая задачу по плоскостям, мы получим 1000 “плоских” задач, с размером $1000 \times 1000 \times 50$. Предполагая, что каждая из них работает не более секунды, получим максимальное время экспорта — не более 5 минут. На практике это время значительно ниже, а если учесть объемы экспортируемой информации (даже если считать, что точка среды полностью описывается двумя числами с плавающей запятой одинарной точности, для задачи $1000 \times 1000 \times 1000$ мы получим около 8 Гб информации), то его можно считать вполне приемлемым.

8. Заключение. В работе описана информационно-математическая модель и программные средства построения и визуализации моделей двух- и трехмерных сплошных сред. Система ориентирована на использование в научных и промышленных организациях, специализирующихся в области исследова-

ний процессов механики сплошных сред и распространения волн в упругих средах, особенно с уклоном в область практической сейсморазведки. В работе описаны две программы, предназначенные для построения моделей двух- и трехмерных сред. В текущей версии двухмерные модели могут быть как векторными, так и растровыми. Трехмерные модели представляются множеством аналитически заданных фигур. Обе системы используются в институте ИВМ и МГ СО РАН как базовые программы подготовки данных для численного моделирования геофизических задач и задач механики сплошных сред. Дальнейшее развитие системы заключается в ее интеграции со специализированными визуализаторами сплошных сред и полей, расширении алгоритмической базы визуализации, добавлении новых средств и алгоритмов построения расчетных сеток, режимов визуализации и анализа моделей, а также в использовании для математического моделирования многомерных полей в широком круге приложений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Козлов В.И., Юдин А.Н.* Теоретико-множественное описание геометрии трехмерных областей с внутренней структурой для задач автоматизированного проектирования // *Автометрия*. 1999. № 2. 107–119.
2. *Рвачев В.Л.* Теория R -функций и некоторые ее приложения. Киев: Наукова думка, 1982.
3. *Юдин А.Н.* Система визуального объемного геометрического моделирования. Часть I // *Препринт № 1122*. Новосибирск: ИВМиМГ, 1998.
4. *Ибанов Е.Г.* Автоматическая параллельная генерация неструктурированных расчетных сеток для задач вычислительной механики: Дисс. . . . Новосибирск: ИВТ СО РАН, 2007.
5. *Алексеев А.А., Куликов А.И., Старушкин В.Г.* Визуальный построитель геологических сред “Seismic Model Manager” // *Бурение&Нефть*. 2007. № 9. 48–49.
6. *Физическая энциклопедия*. М.: Большая Российская энциклопедия, 1998.
7. *Gurieva Y.L., Pin V.P.* Program package for 3D boundary-value elliptic programs // *Bull. NCC. Ser. Num. Anal.* 2002. Issue 11. 35–52.
8. Microsoft System Development Network Library for Visual Studio 2005. Description of PatBlt function. Raster operation code (<http://msdn.microsoft.com>).
9. *Математика и САПР. Книга 1. Основные методы теории полюсов*. М.: Мир, 1988.
10. *Математика и САПР. Книга 2. Вычислительные методы. Геометрические методы*. М.: Мир, 1989.
11. *Pin V.P.* Geometric problems and algorithms in mathematical modeling // *Proc. of the 15th International Conference of Computer graphics and applications: Graphicon 2005*. Novosibirsk, ICM&MG SB RAS. 2005. 289–292.
12. *Ушаков Д.М.* Введение в математические основы САПР. Новосибирск: Изд-во компании Ледас, 2006.

Поступила в редакцию
16.06.2009
